



(12)发明专利

(10)授权公告号 CN 105607039 B

(45)授权公告日 2017. 11. 17

(21)申请号 201610057384.X

审查员 张耀天

(22)申请日 2016.01.27

(65)同一申请的已公布的文献号  
申请公布号 CN 105607039 A

(43)申请公布日 2016.05.25

(73)专利权人 宁波大学  
地址 315211 浙江省宁波市江北区风华路  
818号

(72)发明人 王刚 王伟 张帆 李有明  
高尚超 张圣金

(74)专利代理机构 宁波奥圣专利代理事务所  
(普通合伙) 33226  
代理人 周珏

(51) Int. Cl.  
G01S 5/06(2006.01)

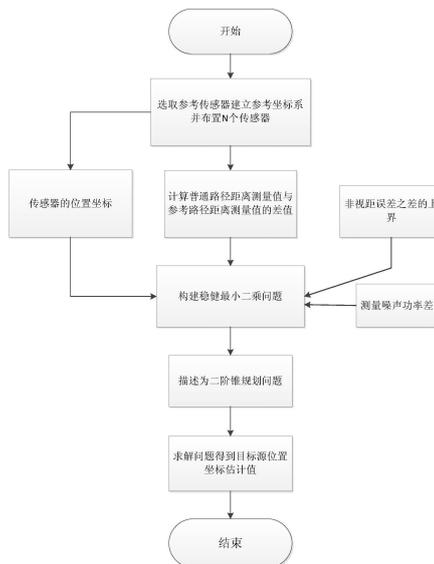
权利要求书5页 说明书13页 附图4页

(54)发明名称

非视距环境下基于到达时间差的稳健最小二乘定位方法

(57)摘要

本发明公开了一种非视距环境下基于到达时间差的稳健最小二乘定位方法,其首先获取测量信号在每条普通路径上传输与测量信号在参考路径上传输的距离差;然后对测量信号在每条普通路径上传输与测量信号在参考路径上传输的距离差进行描述,并将描述转换为稳健最小二乘问题的描述;接着利用三角不等式对稳健最小二乘问题的描述进行简化处理,得到非凸问题的描述;再利用二阶锥松弛技术对非凸问题的描述进行处理,得到二阶锥规划问题的描述;最后利用内点法对二阶锥规划问题的描述进行求解,得到未知目标源位置的最终定位值;优点是可以有效地抑制非视距误差的影响,具有较强的鲁棒性,复杂度低且定位精度高。



1. 一种非视距环境下基于到达时间差的稳健最小二乘定位方法,其特征在于包括以下步骤:

①在非视距的无线网络环境中建立一个平面坐标系或空间坐标系作为参考坐标系,在非视距的无线网络环境中存在一个目标源和N+1个传感器,由目标源向每个传感器发射测量信号,将目标源在参考坐标系中的坐标位置记为x,任意选取一个传感器并将该传感器作为参考传感器,将参考传感器在参考坐标系中的坐标位置记为s<sub>0</sub>,将其它N个传感器均作为非参考传感器,将N个非参考传感器在参考坐标系中的坐标位置依次记为s<sub>1</sub>,s<sub>2</sub>,...,s<sub>N</sub>,将测量信号从目标源发出到参考传感器接收所经历的时间记为t<sub>0</sub>,将测量信号从目标源发出到参考传感器接收所经过的路径定义为参考路径,将测量信号从目标源发出到第i个非参考传感器接收所经历的时间记为t<sub>i</sub>,将测量信号从目标源发出到第i个非参考传感器接收所经过的路径定义为第i条普通路径,其中,N≥3,s<sub>1</sub>表示第1个非参考传感器在参考坐标系中的坐标位置,s<sub>2</sub>表示第2个非参考传感器在参考坐标系中的坐标位置,s<sub>N</sub>表示第N个非参考传感器在参考坐标系中的坐标位置,1≤i≤N;

计算测量信号在每条普通路径上传输与测量信号在参考路径上传输的距离差,将测量信号在第i条普通路径上传输与测量信号在参考路径上传输的距离差记为d<sub>i</sub>,d<sub>i</sub>=c(t<sub>i</sub>-t<sub>0</sub>),其中,c为光速;

②对测量信号在每条普通路径上传输与测量信号在参考路径上传输的距离差进行描述,将d<sub>i</sub>描述为:d<sub>i</sub>=||x-s<sub>i</sub>||-||x-s<sub>0</sub>||+n<sub>i</sub>+e<sub>i</sub>,其中,符号“||”为欧几里德范数符号,s<sub>i</sub>表示第i个非参考传感器在参考坐标系中的坐标位置,n<sub>i</sub>表示测量信号在第i条普通路径上传输的噪声与测量信号在参考路径上传输的噪声的差值,e<sub>i</sub>表示测量信号在第i条普通路径上传输的非视距误差与测量信号在参考路径上传输的非视距误差的差值;

③将d<sub>i</sub>=||x-s<sub>i</sub>||-||x-s<sub>0</sub>||+n<sub>i</sub>+e<sub>i</sub>转换为d<sub>i</sub>-||x-s<sub>i</sub>||-e<sub>i</sub>=-||x-s<sub>0</sub>||+n<sub>i</sub>;然后对d<sub>i</sub>-||x-s<sub>i</sub>||-e<sub>i</sub>=-||x-s<sub>0</sub>||+n<sub>i</sub>等式两边平方,得到(d<sub>i</sub>-e<sub>i</sub>)<sup>2</sup>-2(d<sub>i</sub>-e<sub>i</sub>)||x-s<sub>i</sub>||+||x-s<sub>i</sub>||<sup>2</sup>=(n<sub>i</sub>)<sup>2</sup>-2n<sub>i</sub>||x-s<sub>0</sub>||+||x-s<sub>0</sub>||<sup>2</sup>;接着忽略(n<sub>i</sub>)<sup>2</sup>得到(d<sub>i</sub>-e<sub>i</sub>)<sup>2</sup>-2(d<sub>i</sub>-e<sub>i</sub>)||x-s<sub>i</sub>||+||x-s<sub>i</sub>||<sup>2</sup>≈-2n<sub>i</sub>||x-s<sub>0</sub>||+||x-s<sub>0</sub>||<sup>2</sup>;之后将(d<sub>i</sub>-e<sub>i</sub>)<sup>2</sup>-2(d<sub>i</sub>-e<sub>i</sub>)||x-s<sub>i</sub>||+||x-s<sub>i</sub>||<sup>2</sup>≈-2n<sub>i</sub>||x-s<sub>0</sub>||+||x-s<sub>0</sub>||<sup>2</sup>转换为2(s<sub>0</sub><sup>T</sup>-s<sub>i</sub><sup>T</sup>)x-2(d<sub>i</sub>-e<sub>i</sub>)||x-s<sub>i</sub>||+(d<sub>i</sub>-e<sub>i</sub>)<sup>2</sup>+||s<sub>i</sub>||<sup>2</sup>-||s<sub>0</sub>||<sup>2</sup>≈-2n<sub>i</sub>||x-s<sub>0</sub>||,其中,s<sub>0</sub><sup>T</sup>为s<sub>0</sub>的转置,s<sub>i</sub><sup>T</sup>为s<sub>i</sub>的转置;再令a<sub>i</sub>=[2(s<sub>0</sub>-s<sub>i</sub>)<sup>T</sup>,0<sub>1×(i-1)</sub>,-2d<sub>i</sub>,0<sub>1×(N-i)</sub>]<sup>T</sup>,Δa<sub>i</sub>=[0<sub>1×d</sub>,0<sub>1×(i-1)</sub>,2e<sub>i</sub>,0<sub>1×(N-i)</sub>]<sup>T</sup>,b<sub>i</sub>=||s<sub>0</sub>||<sup>2</sup>-||s<sub>i</sub>||<sup>2</sup>-(d<sub>i</sub>)<sup>2</sup>,Δb<sub>i</sub>=(e<sub>i</sub>)<sup>2</sup>+2d<sub>i</sub>e<sub>i</sub>,将2(s<sub>0</sub><sup>T</sup>-s<sub>i</sub><sup>T</sup>)x-2(d<sub>i</sub>-e<sub>i</sub>)||x-s<sub>i</sub>||+(d<sub>i</sub>-e<sub>i</sub>)<sup>2</sup>+||s<sub>i</sub>||<sup>2</sup>-||s<sub>0</sub>||<sup>2</sup>≈-2n<sub>i</sub>||x-s<sub>0</sub>||转换成(a<sub>i</sub>+Δa<sub>i</sub>)<sup>T</sup>y-(b<sub>i</sub>+Δb<sub>i</sub>)≈-2n<sub>i</sub>||x-s<sub>0</sub>||,其中,[2(s<sub>0</sub>-s<sub>i</sub>)<sup>T</sup>,0<sub>1×(i-1)</sub>,-2d<sub>i</sub>,0<sub>1×(N-i)</sub>]<sup>T</sup>为向量[2(s<sub>0</sub>-s<sub>i</sub>)<sup>T</sup>,0<sub>1×(i-1)</sub>,-2d<sub>i</sub>,0<sub>1×(N-i)</sub>]<sup>T</sup>的转置,(s<sub>0</sub>-s<sub>i</sub>)<sup>T</sup>为(s<sub>0</sub>-s<sub>i</sub>)的转置,[0<sub>1×d</sub>,0<sub>1×(i-1)</sub>,2e<sub>i</sub>,0<sub>1×(N-i)</sub>]<sup>T</sup>为向量[0<sub>1×d</sub>,0<sub>1×(i-1)</sub>,2e<sub>i</sub>,0<sub>1×(N-i)</sub>]<sup>T</sup>的转置,d表示参考坐标系的维度,d=2或d=3,(a<sub>i</sub>+Δa<sub>i</sub>)<sup>T</sup>为(a<sub>i</sub>+Δa<sub>i</sub>)的转置,y为优化变量,y=[x<sup>T</sup>,r<sup>T</sup>]<sup>T</sup>,[x<sup>T</sup>,r<sup>T</sup>]<sup>T</sup>为[x<sup>T</sup>,r<sup>T</sup>]<sup>T</sup>的转置,x<sup>T</sup>为x的转置,r<sup>T</sup>为r的转置,r=[r<sub>1</sub>,r<sub>2</sub>,...,r<sub>N</sub>]<sup>T</sup>,[r<sub>1</sub>,r<sub>2</sub>,...,r<sub>N</sub>]<sup>T</sup>为[r<sub>1</sub>,r<sub>2</sub>,...,r<sub>N</sub>]<sup>T</sup>的转置,r<sub>1</sub>=||x-s<sub>1</sub>||,r<sub>2</sub>=||x-s<sub>2</sub>||,r<sub>N</sub>=||x-s<sub>N</sub>||;最后将(a<sub>i</sub>+Δa<sub>i</sub>)<sup>T</sup>y-(b<sub>i</sub>+Δb<sub>i</sub>)≈-2n<sub>i</sub>||x-s<sub>0</sub>||中的-2n<sub>i</sub>||x-s<sub>0</sub>||近似等价于n<sub>i</sub>,得到(a<sub>i</sub>+Δa<sub>i</sub>)<sup>T</sup>y-(b<sub>i</sub>+Δb<sub>i</sub>)≈n<sub>i</sub>,并利用稳健最小二乘法将(a<sub>i</sub>+Δa<sub>i</sub>)<sup>T</sup>y-(b<sub>i</sub>+Δb<sub>i</sub>)

$\approx n_i$ 转换为非线性稳健最小二乘关系式：
$$\min_{\mathbf{y}=[\mathbf{x}^T, \mathbf{r}^T]^T} \max_{-\rho \leq e \leq \rho} \sum_{i=1}^N \left| \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i + \Delta \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - \Delta b_i \right|^2$$
, 其中, “min”  
 $s.t. \quad \|\mathbf{x} - \mathbf{s}_i\| = r_i \quad i = 1, 2, \dots, N$

表示“使最小化”, “max”表示“使最大化”,  $\rho = [\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_N]$ ,  $\rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_N = \max_{1 \leq i \leq N} |e_i|$ ,  $\mathbf{e} = [e_1, e_2, \dots, e_N]$ ,  $e_1$ 表示测量信号在第1条普通路径上传输的非视距误差与测量信号在参考路径上传输的非视距误差的差值,  $e_2$ 表示测量信号在第2条普通路径上传输的非视距误差与测量信号在参考路径上传输的非视距误差的差值,  $e_N$ 表示测量信号在第N条普通路径上传输的非视距误差与测量信号在参考路径上传输的非视距误差的差值,  $\mathbf{a}_i^T$ 为 $\mathbf{a}_i$ 的转置,  $\Delta \mathbf{a}_i^T$ 为 $\Delta \mathbf{a}_i$ 的转置, 符号“[ ]”为向量表示符号, 符号“| |”为取绝对值符号, “s. t.”表示“受约束为”;

④将 
$$\min_{\mathbf{y}=[\mathbf{x}^T, \mathbf{r}^T]^T} \max_{-\rho \leq e \leq \rho} \sum_{i=1}^N \left| \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i + \Delta \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - \Delta b_i \right|^2$$
 转换为 
$$\min_{\mathbf{y}=[\mathbf{x}^T, \mathbf{r}^T]^T} \sum_{i=1}^N \left( \max_{-\rho_i \leq e_i \leq \rho_i} \left| \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i + \Delta \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - \Delta b_i \right| \right)^2$$
,  
 $s.t. \quad \|\mathbf{x} - \mathbf{s}_i\| = r_i \quad i = 1, 2, \dots, N$

其中,  $\rho_i = \max_{1 \leq i \leq N} |e_i|$ ; 然后利用三角不等式对 
$$\min_{\mathbf{y}=[\mathbf{x}^T, \mathbf{r}^T]^T} \sum_{i=1}^N \left( \max_{-\rho_i \leq e_i \leq \rho_i} \left| \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i + \Delta \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - \Delta b_i \right| \right)^2$$
 进行  
 $s.t. \quad \|\mathbf{x} - \mathbf{s}_i\| = r_i \quad i = 1, 2, \dots, N$

简化处理, 得到 
$$\min_{\mathbf{y}=[\mathbf{x}^T, \mathbf{r}^T]^T} \sum_{i=1}^N \left( \left| \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i \right| + 2\rho_i |d_i - r_i| + \rho_i^2 \right)^2$$
, 
$$\min_{\mathbf{y}=[\mathbf{x}^T, \mathbf{r}^T]^T} \sum_{i=1}^N \left( \left| \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i \right| + 2\rho_i |d_i - r_i| + \rho_i^2 \right)^2$$
  
 $s.t. \quad \|\mathbf{x} - \mathbf{s}_i\| = r_i \quad i = 1, 2, \dots, N \quad s.t. \quad \|\mathbf{x} - \mathbf{s}_i\| = r_i \quad i = 1, 2, \dots, N$

为一个非凸问题的描述;

⑤利用二阶锥松弛技术对 
$$\min_{\mathbf{y}=[\mathbf{x}^T, \mathbf{r}^T]^T} \sum_{i=1}^N \left( \left| \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i \right| + 2\rho_i |d_i - r_i| + \rho_i^2 \right)^2$$
 进行处理, 得到二阶  
 $s.t. \quad \|\mathbf{x} - \mathbf{s}_i\| = r_i \quad i = 1, 2, \dots, N$

$$\min_{\substack{\mathbf{y}=[\mathbf{x}^T, \mathbf{r}^T]^T \\ \boldsymbol{\eta}, \eta_0}} \eta_0$$

$$s.t. \quad \left| \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i \right| + 2\rho_i |d_i - r_i| + \rho_i^2 \leq \eta_i$$

$$i = 1, 2, \dots, N$$

锥规划问题的描述: 
$$\|\mathbf{x} - \mathbf{s}_i\| \leq r_i \quad i = 1, 2, \dots, N$$
, 其中,  $\eta_0$ 为松弛变量,  $\boldsymbol{\eta}$ 为松弛

$$\left\| \left[ \eta_0 - \frac{1}{4}, \boldsymbol{\eta}^T \right]^T \right\| \leq \eta_0 + \frac{1}{4}$$

变量向量,  $\boldsymbol{\eta} = [\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_N]^T$ ,  $[\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_N]^T$ 为 $[\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_N]$ 的转置,  $\eta_1$ 表示 $\boldsymbol{\eta}$ 中的第1个松弛变量,  $\eta_2$ 表示 $\boldsymbol{\eta}$ 中的第2个松弛变量,  $\eta_N$ 表示 $\boldsymbol{\eta}$ 中的第N个松弛变量,  $\eta_i$ 表示 $\boldsymbol{\eta}$ 中的第i个松弛

变量,  $\left[ \eta_0 - \frac{1}{4}, \boldsymbol{\eta}^T \right]^T$ 为 $\left[ \eta_0 - \frac{1}{4}, \boldsymbol{\eta}^T \right]$ 的转置,  $\boldsymbol{\eta}^T$ 为 $\boldsymbol{\eta}$ 的转置;

$$\begin{aligned} \min_{\substack{y=[x^T, r^T]^T \\ \eta, \eta_0}} \quad & \eta_0 \\ \text{s.t.} \quad & \left| \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i \right| + 2\rho_i |d_i - r_i| + \rho_i^2 \leq \eta_i \\ & i = 1, 2, \dots, N \end{aligned}$$

所述的步骤⑤中的  $\|\mathbf{x} - \mathbf{s}_i\| \leq r_i$  的获取过程为：

$$\left\| \left[ \eta_0 - \frac{1}{4}, \boldsymbol{\eta}^T \right]^T \right\| \leq \eta_0 + \frac{1}{4}$$

⑤\_1、取松弛变量向量  $\boldsymbol{\eta}$ ，将  $\min_{y=[x^T, r^T]^T} \sum_{i=1}^N \left( \left| \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i \right| + 2\rho_i |d_i - r_i| + \rho_i^2 \right)^2$  转换成等价的上镜

$$\text{s.t.} \quad \|\mathbf{x} - \mathbf{s}_i\| = r_i \quad i = 1, 2, \dots, N$$

图形式：

$$\begin{aligned} \min_{\substack{y=[x^T, r^T]^T \\ \boldsymbol{\eta}, \eta_0}} \quad & \|\boldsymbol{\eta}\|^2 \\ \text{s.t.} \quad & \left| \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i \right| + 2\rho_i |d_i - r_i| + \rho_i^2 \leq \eta_i \\ & i = 1, 2, \dots, N ; \\ & \|\mathbf{x} - \mathbf{s}_i\| = r_i \\ & i = 1, 2, \dots, N \end{aligned}$$

⑤\_2、取松弛变量  $\eta_0$ ，将  $\min_{y=[x^T, r^T]^T} \|\boldsymbol{\eta}\|^2$  转换成等价的上镜图形

$$\begin{aligned} \text{s.t.} \quad & \left| \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i \right| + 2\rho_i |d_i - r_i| + \rho_i^2 \leq \eta_i \\ & i = 1, 2, \dots, N \\ & \|\mathbf{x} - \mathbf{s}_i\| = r_i \\ & i = 1, 2, \dots, N \end{aligned}$$

式：

$$\begin{aligned} \min_{\substack{y=[x^T, r^T]^T \\ \boldsymbol{\eta}, \eta_0}} \quad & \eta_0 \\ \text{s.t.} \quad & \left| \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i \right| + 2\rho_i |d_i - r_i| + \rho_i^2 \leq \eta_i \\ & i = 1, 2, \dots, N ; \\ & \|\mathbf{x} - \mathbf{s}_i\| = r_i \\ & i = 1, 2, \dots, N \\ & \|\boldsymbol{\eta}\|^2 \leq \eta_0 \end{aligned}$$

⑤\_3、利用二阶锥松弛技术将  $\|\mathbf{x} - \mathbf{s}_i\| = r_i$  中的约束条件  $\|\boldsymbol{\eta}\|^2 \leq \eta_0$  转换成等价的上镜形式

$$\begin{aligned} \min_{\substack{y=[x^T, r^T]^T \\ \boldsymbol{\eta}, \eta_0}} \quad & \eta_0 \\ \text{s.t.} \quad & \left| \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i \right| + 2\rho_i |d_i - r_i| + \rho_i^2 \leq \eta_i \\ & i = 1, 2, \dots, N \\ & \|\mathbf{x} - \mathbf{s}_i\| = r_i \\ & i = 1, 2, \dots, N \\ & \|\boldsymbol{\eta}\|^2 \leq \eta_0 \end{aligned}$$

$\|\mathbf{x} - \mathbf{s}_i\| = r_i$  松弛为  $\|\mathbf{x} - \mathbf{s}_i\| \leq r_i$ ，同时将约束条件  $\|\boldsymbol{\eta}\|^2 \leq \eta_0$  转换成等价的上镜形式

$$\left\| \left[ \eta_0 - \frac{1}{4}, \boldsymbol{\eta}^T \right]^T \right\| \leq \eta_0 + \frac{1}{4}, \text{得到}$$

$$\begin{aligned} \min_{\substack{y=[x^T, r^T]^T \\ \eta, \eta_0}} \quad & \eta_0 \\ \text{s.t.} \quad & \left| \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i \right| + 2\rho_i |d_i - r_i| + \rho_i^2 \leq \eta_i \\ & \quad \quad \quad i = 1, 2, \dots, N; \\ & \|\mathbf{x} - \mathbf{s}_i\| \leq r_i \\ & \quad \quad \quad i = 1, 2, \dots, N \\ & \left\| \left[ \eta_0 - \frac{1}{4}, \boldsymbol{\eta}^T \right]^T \right\| \leq \eta_0 + \frac{1}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \min_{\substack{y=[x^T, r^T]^T \\ \eta, \eta_0}} \quad & \eta_0 \\ \text{s.t.} \quad & \left| \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i \right| + 2\rho_i |d_i - r_i| + \rho_i^2 \leq \eta_i \\ & \quad \quad \quad i = 1, 2, \dots, N \\ \text{⑥利用内点法对} \quad & \|\mathbf{x} - \mathbf{s}_i\| \leq r_i \quad \text{进行求解,得到y的全局最优解,} \\ & \quad \quad \quad i = 1, 2, \dots, N \\ & \left\| \left[ \eta_0 - \frac{1}{4}, \boldsymbol{\eta}^T \right]^T \right\| \leq \eta_0 + \frac{1}{4} \end{aligned}$$

记为 $y^*$ ;然后将 $y^*$ 代入 $y = [x^T, r^T]^T$ 中,得到 $x$ 的最优解,记为 $x^*$ , $x^*$ 为目标源位置的最终定位值。

2. 根据权利要求1所述的非视距环境下基于到达时间差的稳健最小二乘定位方法,其特征

在于所述的步骤④中的 $\min_{y=[x^T, r^T]^T} \sum_{i=1}^N \left( \left| \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i \right| + 2\rho_i |d_i - r_i| + \rho_i^2 \right)^2$ 的获取过程为:

$$\text{s.t.} \quad \|\mathbf{x} - \mathbf{s}_i\| = r_i \quad i = 1, 2, \dots, N$$

$$\text{④}_1\text{-令 } f(e_i) = \max_{-\rho_i \leq e_i \leq \rho_i} \left| \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i + \Delta \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - \Delta b_i \right| = \max_{-\rho_i \leq e_i \leq \rho_i} \left| \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i + e_i^2 - 2(d_i - r_i)e_i \right|;$$

$$\text{④}_2\text{-利用三角不等式 } \left| \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i + e_i^2 - 2(d_i - r_i)e_i \right| \leq \left| \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i \right| + \left| e_i^2 - 2(d_i - r_i)e_i \right|,$$

$$\text{并根据 } f(e_i) = \max_{-\rho_i \leq e_i \leq \rho_i} \left| \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i + \Delta \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - \Delta b_i \right| = \max_{-\rho_i \leq e_i \leq \rho_i} \left| \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i + e_i^2 - 2(d_i - r_i)e_i \right|,$$

$$\text{得到 } f(e_i) \leq \max_{-\rho_i \leq e_i \leq \rho_i} \left| \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i \right| + \max_{-\rho_i \leq e_i \leq \rho_i} \left| e_i^2 - 2(d_i - r_i)e_i \right| = \left| \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i \right| + \max_{-\rho_i \leq e_i \leq \rho_i} \left| e_i^2 - 2(d_i - r_i)e_i \right|,$$

$$\text{并令 } h(e_i) = \max_{-\rho_i \leq e_i \leq \rho_i} \left| \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i \right| + \max_{-\rho_i \leq e_i \leq \rho_i} \left| e_i^2 - 2(d_i - r_i)e_i \right| = \left| \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i \right| + \max_{-\rho_i \leq e_i \leq \rho_i} \left| e_i^2 - 2(d_i - r_i)e_i \right|;$$

$$\text{④}_3\text{-令 } g(e_i) = \max_{-\rho_i \leq e_i \leq \rho_i} \left| e_i^2 - 2(d_i - r_i)e_i \right| = \max \left( \rho_i^2 \pm 2\rho_i (d_i - r_i) \right) = \rho_i^2 + 2\rho_i |d_i - r_i|;$$

$$\text{④}_4\text{-将 } h(e_i) \text{ 和 } g(e_i) \text{ 代入 } \min_{y=[x^T, r^T]^T} \sum_{i=1}^N \left( \max_{-\rho_i \leq e_i \leq \rho_i} \left| \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i + \Delta \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - \Delta b_i \right| \right)^2 \text{ 中,得到}$$

$$\text{s.t.} \quad \|\mathbf{x} - \mathbf{s}_i\| = r_i \quad i = 1, 2, \dots, N$$

$$\begin{aligned} \min_{y=[x^T, r^T]^T} \quad & \sum_{i=1}^N \left( \left| \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i \right| + 2\rho_i |d_i - r_i| + \rho_i^2 \right)^2 \\ \text{s.t.} \quad & \|\mathbf{x} - \mathbf{s}_i\| = r_i \quad i = 1, 2, \dots, N \end{aligned}$$

3. 根据权利要求1所述的非视距环境下基于到达时间差的稳健最小二乘定位方法,其特征在于所述的步骤③中的 $\rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_N = \max_{1 \leq i \leq N} |e_i|$ 的确定过程为:

A1、在测试的非视距的无线网络环境中存在N+1个已知准确位置信息的传感器；

A2、从N+1个已知准确位置信息的传感器中任选一个传感器，假设任选的传感器为第i'个传感器，并将该传感器作为参考传感器；然后根据已知准确位置信息计算第i'个传感器到除第i'个传感器以外的每个传感器的真实距离，将第i'个传感器到第j'个传感器的真实距离记为 $d_{i',j'}$ ；其中， $1 \leq i' \leq N+1, 1 \leq j' \leq N+1$ 且 $i' \neq j'$ ；

A3、在测试的非视距的无线网络环境中，由第i'个传感器发送K个脉冲信号，每个脉冲信号经过非视距的无线网络环境传播后由除第i'个传感器以外的每个传感器接收，此时确定每个脉冲信号从第i'个传感器发送到除第i'个传感器以外的每个传感器接收所经历的时间，将第k个脉冲信号从第i'个传感器发送到第j'个传感器接收所经历的时间记为 $t_{k,i',j'}$ ；并计算每个脉冲信号从第i'个传感器发送到除第i'个传感器以外的每个传感器接收的传输距离，将第k个脉冲信号从第i'个传感器发送到第j'个传感器接收的传输距离记为 $d_{k,i',j'}$ ， $d_{k,i',j'} = t_{k,i',j'} \times c$ ；其中， $K \geq 1000, 1 \leq k \leq K$ ；

A4、根据每个脉冲信号从第i'个传感器发送到除第i'个传感器以外的每个传感器接收的传输距离、第i'个传感器到除第i'个传感器以外的每个传感器的真实距离，计算每个脉冲信号从第i'个传感器发送到除第i'个传感器以外的每个传感器接收的传输路径上的非视距误差，将第k个脉冲信号从第i'个传感器发送到第j'个传感器接收的传输路径上的非视距误差记为 $u_{k,i',j'}$ ， $u_{k,i',j'} = d_{k,i',j'} - d_{i',j'}$ ；

A5、确定第i'个传感器发送到除第i'个传感器以外的每个传感器接收的传输路径上的非视距误差的上限，将第i'个传感器发送到第j'个传感器接收的传输路径上的非视距误差的上限记为 $w_{i',j'}$ ， $w_{i',j'} = \max \{u_{1,i',j'}, u_{2,i',j'}, \dots, u_{K,i',j'}\}$ ，其中， $u_{1,i',j'}$ 表示第1个脉冲信号从第i'个传感器发送到第j'个传感器接收的传输路径上的非视距误差， $u_{2,i',j'}$ 表示第2个脉冲信号从第i'个传感器发送到第j'个传感器接收的传输路径上的非视距误差， $u_{K,i',j'}$ 表示第K个脉冲信号从第i'个传感器发送到第j'个传感器接收的传输路径上的非视距误差；

A6、根据第i'个传感器发送到除第i'个传感器以外的每个传感器接收的传输路径上的非视距误差的上限，确定两条路径非视距误差差值上限

$$\rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_N = \max_{1 \leq i \leq N} |e_i| = \max_{\substack{i'=1, \dots, N+1 \\ j'=1, \dots, N+1 \\ j' \neq i'}} \{w_{i',j'}\}。$$

## 非视距环境下基于到达时间差的稳健最小二乘定位方法

### 技术领域

[0001] 本发明涉及一种目标定位方法,尤其是涉及一种非视距环境下基于到达时间差的稳健最小二乘定位方法。

### 背景技术

[0002] 在军事领域,目标定位技术在目标精确打击、协同作战等方面发挥着重要作用;在民用领域,目标定位技术给生活带来了极大的便利;在商业领域,随着传感器网络、移动应用的快速发展,目标定位技术也显现出了巨大的商业化前景。从总体上讲,目标定位技术在军事侦察、环境监测、医疗护理、空间探索、智能家居、工业控制等领域都有巨大的应用前景。因此,研究目标定位方法具有十分重要的意义。

[0003] 在目标定位中,基于到达时间差(Time Difference of Arrival)的定位方法得到了广泛的应用。与基于到达时间的定位方法相比,基于到达时间差的定位方法具有适合非合作定位和定位精度高的特点,因此,基于到达时间差的定位方法已成为主流。

[0004] 对目标的精确定位是很多应用技术的关键。然而,误差的存在会对定位精度产生极为不利的影响。如图1所示的在非视距环境中,定位误差的主要来源是非视距误差,即在信号的传输过程中在目标源与传感器之间受阻挡而产生传播时延。非视距传播常见于室内和城市建筑物密集区。如果不能对非视距误差进行有效的处理,则定位的质量会大大的降低。因此,减小非视距误差的影响是当前亟待解决的问题。

[0005] 为解决现有的非视距环境下基于到达时间差的定位方法存在的技术问题,需要设计出一种消除非视距误差对定位精度影响的算法。现有研究中,处理非视距误差通常主要假设以下一个条件成立或两个条件同时成立:条件一,已知非视距误差的统计模型,然而在实际中,非视距误差通常依赖于具体的环境,并且是时变的,因此,通常需要大量的训练数据才能获得较为准确的统计模型,在实时性要求较高的测试系统中,这一条件难以满足;条件二,已知非视距路径状态信息,路径状态信息的判决会存在判决误差,势必会对定位精度造成影响。由分析可知上述两种假设很难应用于实际情况。

### 发明内容

[0006] 本发明所要解决的技术问题是提供一种非视距环境下基于到达时间差的稳健最小二乘定位方法,其定位精度高,且计算复杂度低。

[0007] 本发明解决上述技术问题所采用的技术方案为:一种非视距环境下基于到达时间差的稳健最小二乘定位方法,其特征在于包括以下步骤:

[0008] ①在非视距的无线网络环境中建立一个平面坐标系或空间坐标系作为参考坐标系,在非视距的无线网络环境中存在一个目标源和 $N+1$ 个传感器,由目标源向每个传感器发射测量信号,将目标源在参考坐标系中的坐标位置记为 $x$ ,任意选取一个传感器并将该传感器作为参考传感器,将参考传感器在参考坐标系中的坐标位置记为 $s_0$ ,将其它 $N$ 个传感器均作为非参考传感器,将 $N$ 个非参考传感器在参考坐标系中的坐标位置依次记为 $s_1, s_2, \dots$ ,

$s_N$ ,将测量信号从目标源发出到参考传感器接收所经历的时间记为 $t_0$ ,将测量信号从目标源发出到参考传感器接收所经过的路径定义为参考路径,将测量信号从目标源发出到第 $i$ 个非参考传感器接收所经历的时间记为 $t_i$ ,将测量信号从目标源发出到第 $i$ 个非参考传感器接收所经过的路径定义为第 $i$ 条普通路径,其中, $N \geq 3$ , $s_1$ 表示第1个非参考传感器在参考坐标系中的坐标位置, $s_2$ 表示第2个非参考传感器在参考坐标系中的坐标位置, $s_N$ 表示第 $N$ 个非参考传感器在参考坐标系中的坐标位置, $1 \leq i \leq N$ ;

[0009] 计算测量信号在每条普通路径上传输与测量信号在参考路径上传输的距离差,将测量信号在第 $i$ 条普通路径上传输与测量信号在参考路径上传输的距离差记为 $d_i$ ,

[0010]  $d_i = c(t_i - t_0)$ ,其中, $c$ 为光速;

[0011] ②对测量信号在每条普通路径上传输与测量信号在参考路径上传输的距离差进行描述,将 $d_i$ 描述为: $d_i = ||x - s_i|| - ||x - s_0|| + n_i + e_i$ ,其中,符号“ $||$ ”为欧几里德范数符号, $s_i$ 表示第 $i$ 个非参考传感器在参考坐标系中的坐标位置, $n_i$ 表示测量信号在第 $i$ 条普通路径上传输的噪声与测量信号在参考路径上传输的噪声的差值, $e_i$ 表示测量信号在第 $i$ 条普通路径上传输的非视距误差与测量信号在参考路径上传输的非视距误差的差值;

[0012] ③将 $d_i = ||x - s_i|| - ||x - s_0|| + n_i + e_i$ 转换为 $d_i - ||x - s_i|| - e_i = -||x - s_0|| + n_i$ ;然后对 $d_i - ||x - s_i|| - e_i = -||x - s_0|| + n_i$ 等式两边平方,得到

[0013]  $(d_i - e_i)^2 - 2(d_i - e_i)||x - s_i|| + ||x - s_i||^2 = (n_i)^2 - 2n_i||x - s_0|| + ||x - s_0||^2$ ;接着忽略 $(n_i)^2$ 得到 $(d_i - e_i)^2 - 2(d_i - e_i)||x - s_i|| + ||x - s_i||^2 \approx -2n_i||x - s_0|| + ||x - s_0||^2$ ;之后将

[0014]  $(d_i - e_i)^2 - 2(d_i - e_i)||x - s_i|| + ||x - s_i||^2 \approx -2n_i||x - s_0|| + ||x - s_0||^2$ 转换为

[0015]  $2(s_0^T - s_i^T)x - 2(d_i - e_i)||x - s_i|| + (d_i - e_i)^2 + ||s_i||^2 - ||s_0||^2 \approx -2n_i||x - s_0||$ ,其中, $s_0^T$

为 $s_0$ 的转置, $s_i^T$ 为 $s_i$ 的转置;再令 $a_i = [2(s_0 - s_i)^T, 0_{1 \times (i-1)}, -2d_i, 0_{1 \times (N-i)}]^T$ ,

[0016]  $\Delta a_i = [0_{1 \times d}, 0_{1 \times (i-1)}, 2e_i, 0_{1 \times (N-i)}]^T$ , $b_i = ||s_0||^2 - ||s_i||^2 - (d_i)^2$ , $\Delta b_i = -(e_i)^2 + 2d_i e_i$ ,将

[0017]  $2(s_0^T - s_i^T)x - 2(d_i - e_i)||x - s_i|| + (d_i - e_i)^2 + ||s_i||^2 - ||s_0||^2 \approx -2n_i||x - s_0||$ 转换成

[0018]  $(a_i + \Delta a_i)^T y - (b_i + \Delta b_i) \approx -2n_i||x - s_0||$ ,其中, $[2(s_0 - s_i)^T, 0_{1 \times (i-1)}, -2d_i, 0_{1 \times (N-i)}]^T$ 为向量

[0019]  $[2(s_0 - s_i)^T, 0_{1 \times (i-1)}, -2d_i, 0_{1 \times (N-i)}]$ 的转置, $(s_0 - s_i)^T$ 为 $(s_0 - s_i)$ 的转置,

[0020]  $[0_{1 \times d}, 0_{1 \times (i-1)}, 2e_i, 0_{1 \times (N-i)}]^T$ 为向量 $[0_{1 \times d}, 0_{1 \times (i-1)}, 2e_i, 0_{1 \times (N-i)}]$ 的转置, $d$ 表示参考坐标系的维度, $d = 2$ 或 $d = 3$ , $(a_i + \Delta a_i)^T$ 为 $(a_i + \Delta a_i)$ 的转置, $y$ 为优化变量, $y = [x^T, r^T]^T$ , $[x^T, r^T]^T$ 为 $[x^T, r^T]$ 的转置, $x^T$ 为 $x$ 的转置, $r^T$ 为 $r$ 的转置, $r = [r_1, r_2, \dots, r_N]^T$ , $[r_1, r_2, \dots, r_N]^T$ 为

[0021]  $[r_1, r_2, \dots, r_N]$ 的转置, $r_1 = ||x - s_1||$ , $r_2 = ||x - s_2||$ , $r_N = ||x - s_N||$ ;最后将

[0022]  $(a_i + \Delta a_i)^T y - (b_i + \Delta b_i) \approx -2n_i||x - s_0||$ 中的 $-2n_i||x - s_0||$ 近似等价于 $n_i$ ,得到

[0023]  $(a_i + \Delta a_i)^T y - (b_i + \Delta b_i) \approx n_i$ ,并利用稳健最小二乘法将 $(a_i + \Delta a_i)^T y - (b_i + \Delta b_i) \approx n_i$

转换为非线性稳健最小二乘关系式:
$$\min_{y=[x^T, r^T]^T} \max_{\rho \leq e \leq \rho} \sum_{i=1}^N |a_i^T y - b_i + \Delta a_i^T y - \Delta b_i|^2$$
,其中,“min”表示

$$s.t. \quad ||x - s_i|| = r_i \quad i = 1, 2, \dots, N$$

示“使最小化”，“max”表示“使最大化”， $\rho = [\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_N]$ ， $\rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_N = \max_{1 \leq i \leq N} |e_i|$ ， $e = [e_1, e_2, \dots, e_N]$ ， $e_1$ 表示测量信号在第1条普通路径上传输的非视距误差与测量信号在参考路径上传输的非视距误差的差值， $e_2$ 表示测量信号在第2条普通路径上传输的非视距误差与测量信号在参考路径上传输的非视距误差的差值， $e_N$ 表示测量信号在第N条普通路径上传输的非视距误差与测量信号在参考路径上传输的非视距误差的差值， $\mathbf{a}_i^T$ 为 $\mathbf{a}_i$ 的转置， $\Delta \mathbf{a}_i^T$ 为 $\Delta \mathbf{a}_i$ 的转置，符号“[ ]”为向量表示符号，符号“| |”为取绝对值符号，“s. t.”表示“受约束为”；

$$[0024] \quad \textcircled{4} \text{ 将 } \min_{\mathbf{y}=[\mathbf{x}^T, \mathbf{r}^T]^T} \max_{-\rho \leq e \leq \rho} \sum_{i=1}^N \left| \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i + \Delta \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - \Delta b_i \right|^2 \text{ 转换为}$$

$$\text{s.t.} \quad \|\mathbf{x} - \mathbf{s}_i\| = r_i \quad i = 1, 2, \dots, N$$

$$[0025] \quad \min_{\mathbf{y}=[\mathbf{x}^T, \mathbf{r}^T]^T} \sum_{i=1}^N \left( \max_{-\rho_i \leq e_i \leq \rho_i} \left| \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i + \Delta \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - \Delta b_i \right| \right)^2, \text{ 其中, } \rho_i = \max_{1 \leq i \leq N} |e_i|; \text{ 然后利用三角不等}$$

$$\text{s.t.} \quad \|\mathbf{x} - \mathbf{s}_i\| = r_i \quad i = 1, 2, \dots, N$$

$$\text{式对 } \min_{\mathbf{y}=[\mathbf{x}^T, \mathbf{r}^T]^T} \sum_{i=1}^N \left( \max_{-\rho_i \leq e_i \leq \rho_i} \left| \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i + \Delta \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - \Delta b_i \right| \right)^2 \text{ 进行简化处理, 得到}$$

$$\text{s.t.} \quad \|\mathbf{x} - \mathbf{s}_i\| = r_i \quad i = 1, 2, \dots, N$$

$$[0026] \quad \min_{\mathbf{y}=[\mathbf{x}^T, \mathbf{r}^T]^T} \sum_{i=1}^N \left( \left| \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i \right| + 2\rho_i |d_i - r_i| + \rho_i^2 \right)^2, \quad \min_{\mathbf{y}=[\mathbf{x}^T, \mathbf{r}^T]^T} \sum_{i=1}^N \left( \left| \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i \right| + 2\rho_i |d_i - r_i| + \rho_i^2 \right)^2$$

$$\text{s.t.} \quad \|\mathbf{x} - \mathbf{s}_i\| = r_i \quad i = 1, 2, \dots, N \quad \text{s.t.} \quad \|\mathbf{x} - \mathbf{s}_i\| = r_i \quad i = 1, 2, \dots, N$$

为一个非凸问题的描述；

$$[0027] \quad \textcircled{5} \text{ 利用二阶锥松弛技术对 } \min_{\mathbf{y}=[\mathbf{x}^T, \mathbf{r}^T]^T} \sum_{i=1}^N \left( \left| \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i \right| + 2\rho_i |d_i - r_i| + \rho_i^2 \right)^2 \text{ 进行处理, 得到}$$

$$\text{s.t.} \quad \|\mathbf{x} - \mathbf{s}_i\| = r_i \quad i = 1, 2, \dots, N$$

$$\min_{\substack{\mathbf{y}=[\mathbf{x}^T, \mathbf{r}^T]^T \\ \boldsymbol{\eta}, \eta_0}} \eta_0$$

$$\text{s.t.} \quad \left| \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i \right| + 2\rho_i |d_i - r_i| + \rho_i^2 \leq \eta_i$$

$$i = 1, 2, \dots, N$$

二阶锥规划问题的描述： $\|\mathbf{x} - \mathbf{s}_i\| \leq r_i$ ，其中， $\eta_0$ 为松弛变量， $\boldsymbol{\eta}$ 为

$$\left\| \left[ \eta_0 - \frac{1}{4}, \boldsymbol{\eta}^T \right]^T \right\| \leq \eta_0 + \frac{1}{4}$$

松弛变量向量， $\boldsymbol{\eta} = [\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_N]^T$ ， $[\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_N]^T$ 为 $[\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_N]$ 的转置， $\eta_1$ 表示 $\boldsymbol{\eta}$ 中的第1个松弛变量， $\eta_2$ 表示 $\boldsymbol{\eta}$ 中的第2个松弛变量， $\eta_N$ 表示 $\boldsymbol{\eta}$ 中的第N个松弛变量， $\eta_i$ 表示 $\boldsymbol{\eta}$ 中的第i个

松弛变量， $\left[ \eta_0 - \frac{1}{4}, \boldsymbol{\eta}^T \right]^T$ 为 $\left[ \eta_0 - \frac{1}{4}, \boldsymbol{\eta}^T \right]$ 的转置， $\boldsymbol{\eta}^T$ 为 $\boldsymbol{\eta}$ 的转置；

$$\begin{aligned}
& \min_{\substack{y=[x^T, r^T]^T \\ \eta, \eta_0}} \eta_0 \\
& \text{s.t.} \quad \left| \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i \right| + 2\rho_i |d_i - r_i| + \rho_i^2 \leq \eta_i \\
& \quad \quad \quad i = 1, 2, \dots, N \\
[0028] \quad \textcircled{6} & \text{利用内点法对} \quad \left\| \mathbf{x} - \mathbf{s}_i \right\| \leq r_i \quad \text{进行求解, 得到 } \mathbf{y} \text{ 的全局最} \\
& \quad \quad \quad i = 1, 2, \dots, N \\
& \quad \quad \quad \left\| \left[ \eta_0 - \frac{1}{4}, \boldsymbol{\eta}^T \right]^T \right\| \leq \eta_0 + \frac{1}{4}
\end{aligned}$$

优解, 记为  $\mathbf{y}^*$ ; 然后将  $\mathbf{y}^*$  代入  $\mathbf{y} = [\mathbf{x}^T, r^T]^T$  中, 得到  $\mathbf{x}$  的最优解, 记为  $\mathbf{x}^*$ ,  $\mathbf{x}^*$  为目标源位置的最终定位值。

$$\begin{aligned}
[0029] \quad \text{所述的步骤} \textcircled{4} \text{ 中的} & \min_{y=[x^T, r^T]^T} \sum_{i=1}^N \left( \left| \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i \right| + 2\rho_i |d_i - r_i| + \rho_i^2 \right)^2 \text{ 的获取过程为:} \\
& \text{s.t.} \quad \left\| \mathbf{x} - \mathbf{s}_i \right\| = r_i \quad i = 1, 2, \dots, N
\end{aligned}$$

$$[0030] \quad \textcircled{4}_1 \text{、令 } f(e_i) = \max_{-\rho_i \leq e_i \leq \rho_i} \left| \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i + \Delta \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - \Delta b_i \right| = \max_{-\rho_i \leq e_i \leq \rho_i} \left| \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i + e_i^2 - 2(d_i - r_i)e_i \right|;$$

[0031]  $\textcircled{4}_2$ 、利用三角不等式  $\left| \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i + e_i^2 - 2(d_i - r_i)e_i \right| \leq \left| \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i \right| + \left| e_i^2 - 2(d_i - r_i)e_i \right|$ , 并根据

$$[0032] \quad f(e_i) = \max_{-\rho_i \leq e_i \leq \rho_i} \left| \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i + \Delta \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - \Delta b_i \right| = \max_{-\rho_i \leq e_i \leq \rho_i} \left| \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i + e_i^2 - 2(d_i - r_i)e_i \right|, \text{ 得到}$$

$$[0033] \quad f(e_i) \leq \max_{-\rho_i \leq e_i \leq \rho_i} \left| \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i \right| + \max_{-\rho_i \leq e_i \leq \rho_i} \left| e_i^2 - 2(d_i - r_i)e_i \right| = \left| \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i \right| + \max_{-\rho_i \leq e_i \leq \rho_i} \left| e_i^2 - 2(d_i - r_i)e_i \right|,$$

并令

$$[0034] \quad h(e_i) = \max_{-\rho_i \leq e_i \leq \rho_i} \left| \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i \right| + \max_{-\rho_i \leq e_i \leq \rho_i} \left| e_i^2 - 2(d_i - r_i)e_i \right| = \left| \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i \right| + \max_{-\rho_i \leq e_i \leq \rho_i} \left| e_i^2 - 2(d_i - r_i)e_i \right|;$$

$$[0035] \quad \textcircled{4}_3 \text{、令 } g(e_i) = \max_{-\rho_i \leq e_i \leq \rho_i} \left| e_i^2 - 2(d_i - r_i)e_i \right| = \max \left( \left| \rho_i^2 \pm 2\rho_i (d_i - r_i) \right| \right) = \rho_i^2 + 2\rho_i |d_i - r_i|;$$

$$\begin{aligned}
[0036] \quad \textcircled{4}_4 \text{、将 } h(e_i) \text{ 和 } g(e_i) \text{ 代入} & \min_{y=[x^T, r^T]^T} \sum_{i=1}^N \left( \max_{-\rho_i \leq e_i \leq \rho_i} \left| \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i + \Delta \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - \Delta b_i \right| \right)^2 \text{ 中, 得到} \\
& \text{s.t.} \quad \left\| \mathbf{x} - \mathbf{s}_i \right\| = r_i \quad i = 1, 2, \dots, N
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
[0037] \quad & \min_{y=[x^T, r^T]^T} \sum_{i=1}^N \left( \left| \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i \right| + 2\rho_i |d_i - r_i| + \rho_i^2 \right)^2 \\
& \text{s.t.} \quad \left\| \mathbf{x} - \mathbf{s}_i \right\| = r_i \quad i = 1, 2, \dots, N
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \min_{\substack{y=[x^T, r^T]^T \\ \eta, \eta_0}} \eta_0 \\
& \text{s.t.} \quad \left| \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i \right| + 2\rho_i |d_i - r_i| + \rho_i^2 \leq \eta_i \\
& \quad \quad \quad i = 1, 2, \dots, N \\
[0038] \quad \text{所述的步骤} \textcircled{5} \text{ 中的} & \left\| \mathbf{x} - \mathbf{s}_i \right\| \leq r_i \quad \text{的获取过程为:} \\
& \quad \quad \quad i = 1, 2, \dots, N \\
& \quad \quad \quad \left\| \left[ \eta_0 - \frac{1}{4}, \boldsymbol{\eta}^T \right]^T \right\| \leq \eta_0 + \frac{1}{4}
\end{aligned}$$

[0039] ⑤\_1、取松弛变量向量 $\eta$ ，将  $\min_{y=[x^T, r^T]^T} \sum_{i=1}^N (|a_i^T y - b_i| + 2\rho_i |d_i - r_i| + \rho_i^2)^2$  转换成等价的

$$s.t. \quad \|x - s_i\| = r_i \quad i = 1, 2, \dots, N$$

上镜图形式：
$$\min_{\substack{y=[x^T, r^T]^T \\ \eta, \eta_0}} \|\eta\|^2$$

$$s.t. \quad |a_i^T y - b_i| + 2\rho_i |d_i - r_i| + \rho_i^2 \leq \eta_i$$

$$i = 1, 2, \dots, N ;$$

$$\|x - s_i\| = r_i$$

$$i = 1, 2, \dots, N$$

[0040] ⑤\_2、取松弛变量 $\eta_0$ ，将  $\min_{y=[x^T, r^T]^T} \|\eta\|^2$  转换成等价的上镜

$$s.t. \quad |a_i^T y - b_i| + 2\rho_i |d_i - r_i| + \rho_i^2 \leq \eta_i$$

$$i = 1, 2, \dots, N$$

$$\|x - s_i\| = r_i$$

$$i = 1, 2, \dots, N$$

图形式：
$$\min_{\substack{y=[x^T, r^T]^T \\ \eta, \eta_0}} \eta_0$$

$$s.t. \quad |a_i^T y - b_i| + 2\rho_i |d_i - r_i| + \rho_i^2 \leq \eta_i$$

$$i = 1, 2, \dots, N ;$$

$$\|x - s_i\| = r_i$$

$$i = 1, 2, \dots, N$$

$$\|\eta\|^2 \leq \eta_0$$

[0041] ⑤\_3、利用二阶锥松弛技术将  $\min_{y=[x^T, r^T]^T} \eta_0$  中的约束条

$$s.t. \quad |a_i^T y - b_i| + 2\rho_i |d_i - r_i| + \rho_i^2 \leq \eta_i$$

$$i = 1, 2, \dots, N$$

$$\|x - s_i\| = r_i$$

$$i = 1, 2, \dots, N$$

$$\|\eta\|^2 \leq \eta_0$$

件

[0042]  $\|x - s_i\| = r_i$  松弛为  $\|x - s_i\| \leq r_i$ ，同时将约束条件  $\|\eta\|^2 \leq \eta_0$  转换成等价的二阶

锥形式  $\left\| \left[ \eta_0 - \frac{1}{4}, \eta^T \right]^T \right\| \leq \eta_0 + \frac{1}{4}$ ，得到

$$\min_{\substack{y=[x^T, r^T]^T \\ \eta, \eta_0}} \eta_0$$

$$s.t. \quad |a_i^T y - b_i| + 2\rho_i |d_i - r_i| + \rho_i^2 \leq \eta_i$$

$$i = 1, 2, \dots, N$$

$$\|x - s_i\| \leq r_i$$

$$i = 1, 2, \dots, N$$

$$\left\| \left[ \eta_0 - \frac{1}{4}, \eta^T \right]^T \right\| \leq \eta_0 + \frac{1}{4}$$

[0043] 所述的步骤③中的  $\rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_N = \max_{1 \leq i \leq N} |e_i|$  的确定过程为：

[0044] A1、在测试的非视距的无线网络环境中存在 $N+1$ 个已知准确位置信息的传感器；

[0045] A2、从 $N+1$ 个已知准确位置信息的传感器中任选一个传感器，假设任选的传感器为

第 $i'$ 个传感器,并将该传感器作为参考传感器;然后根据已知准确位置信息计算第 $i'$ 个传感器到除第 $i'$ 个传感器以外的每个传感器的真实距离,将第 $i'$ 个传感器到第 $j'$ 个传感器的真实距离记为 $d_{i',j'}$ ;其中, $1 \leq i' \leq N+1, 1 \leq j' \leq N+1$ 且 $i' \neq j'$ ;

[0046] A3、在测试的非视距的无线网络环境中,由第 $i'$ 个传感器发送 $K$ 个脉冲信号,每个脉冲信号经过非视距的无线网络环境传播后由除第 $i'$ 个传感器以外的每个传感器接收,此时确定每个脉冲信号从第 $i'$ 个传感器发送到除第 $i'$ 个传感器以外的每个传感器接收所经历的时间,将第 $k$ 个脉冲信号从第 $i'$ 个传感器发送到第 $j'$ 个传感器接收所经历的时间记为 $t_{k,i',j'}$ ;并计算每个脉冲信号从第 $i'$ 个传感器发送到除第 $i'$ 个传感器以外的每个传感器接收的传输距离,将第 $k$ 个脉冲信号从第 $i'$ 个传感器发送到第 $j'$ 个传感器接收的传输距离记为 $d_{k,i',j'}$ , $d_{k,i',j'} = t_{k,i',j'} \times c$ ;其中, $K \geq 1000, 1 \leq k \leq K$ ;

[0047] A4、根据每个脉冲信号从第 $i'$ 个传感器发送到除第 $i'$ 个传感器以外的每个传感器接收的传输距离、第 $i'$ 个传感器到除第 $i'$ 个传感器以外的每个传感器的真实距离,计算每个脉冲信号从第 $i'$ 个传感器发送到除第 $i'$ 个传感器以外的每个传感器接收的传输路径上的非视距误差,将第 $k$ 个脉冲信号从第 $i'$ 个传感器发送到第 $j'$ 个传感器接收的传输路径上的非视距误差记为 $u_{k,i',j'}$ , $u_{k,i',j'} = d_{k,i',j'} - d_{i',j'}$ ;

[0048] A5、确定第 $i'$ 个传感器发送到除第 $i'$ 个传感器以外的每个传感器接收的传输路径上的非视距误差的上限,将第 $i'$ 个传感器发送到第 $j'$ 个传感器接收的传输路径上的非视距误差的上限记为 $w_{i',j'}$ , $w_{i',j'} = \max \{u_{1,i',j'}, u_{2,i',j'}, \dots, u_{K,i',j'}\}$ ,其中, $u_{1,i',j'}$ 表示第1个脉冲信号从第 $i'$ 个传感器发送到第 $j'$ 个传感器接收的传输路径上的非视距误差, $u_{2,i',j'}$ 表示第2个脉冲信号从第 $i'$ 个传感器发送到第 $j'$ 个传感器接收的传输路径上的非视距误差, $u_{K,i',j'}$ 表示第 $K$ 个脉冲信号从第 $i'$ 个传感器发送到第 $j'$ 个传感器接收的传输路径上的非视距误差;

[0049] A6、根据第 $i'$ 个传感器发送到除第 $i'$ 个传感器以外的每个传感器接收的传输路径上的非视距误差的上限,确定两条路径非视距误差差值上限

$$[0050] \quad \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_N = \max_{1 \leq i \leq N} |e_i| = \max_{\substack{i'=1, \dots, N+1 \\ j'=1, \dots, N+1 \\ j' \neq i'}} \{w_{i',j'}\}。$$

[0051] 与现有技术相比,本发明的优点在于:

[0052] 1) 本发明方法只需要在定位之前测量出测量信号在各条路径上传输的非视距误差,不需要使用大量的训练序列去估计非视距误差和噪声误差的统计信息,有效地减少了应用本发明方法的定位系统的开销,极大的提高了应用本发明方法的定位系统的性能。

[0053] 2) 与现有的基于到达时间差的定位方法相比,本发明方法的定位精确度更高,并且随着非视距误差差值的增加,定位误差的相对增加幅度较小,定位性能相对稳定,因此,利用本发明方法可以有效地抑制非视距误差的影响,具有较强的鲁棒性,复杂度低且定位精度高。

[0054] 3) 本发明方法对所构建的稳健最小二乘问题进行二阶锥松弛,得到的二阶锥规划问题是凸问题,运用的是凸优化理论,凸优化问题的一个基础性质是任意局部最优解就是全局最优解,因此,与现有的最大似然等算法相比,本发明方法可以有效地避免局部收敛的影响,快速得到全局最优解。

## 附图说明

[0055] 图1为非视距的无线网络环境中基于到达时间差(TDOA)的定位环境的示意图;

[0056] 图2为本发明方法的总体流程框图;

[0057] 图3为本发明方法和现有的定位方法的估计坐标与真实坐标的均方根误差随非视距误差增加的变化图;

[0058] 图4为本发明方法和现有的定位方法的估计坐标与真实坐标的均方根误差随测量噪声增加的变化图;

[0059] 图5为本发明方法和现有的定位方法的估计坐标与真实坐标的均方根误差随传感器数目增加的变化图。

## 具体实施方式

[0060] 以下结合附图实施例对本发明作进一步详细描述。

[0061] 本发明提出的一种非视距环境下基于到达时间差的稳健最小二乘定位方法,其总体流程框图如图2所示,其包括以下步骤:

[0062] ①在非视距的无线网络环境中建立一个平面坐标系或空间坐标系作为参考坐标系,在非视距的无线网络环境中存在一个目标源和 $N+1$ 个传感器,由目标源向每个传感器发射测量信号,将目标源在参考坐标系中的坐标位置记为 $x$ ,任意选取一个传感器并将该传感器作为参考传感器,将参考传感器在参考坐标系中的坐标位置记为 $s_0$ ,将其它 $N$ 个传感器均作为非参考传感器,将 $N$ 个非参考传感器在参考坐标系中的坐标位置依次记为 $s_1, s_2, \dots, s_N$ ,将测量信号从目标源发出到参考传感器接收所经历的时间记为 $t_0$ ,将测量信号从目标源发出到参考传感器接收所经过的路径定义为参考路径,将测量信号从目标源发出到第 $i$ 个非参考传感器接收所经历的时间记为 $t_i$ ,将测量信号从目标源发出到第 $i$ 个非参考传感器接收所经过的路径定义为第 $i$ 条普通路径,其中, $N \geq 3$ ,在本实施例中取 $N=4$ , $s_1$ 表示第1个非参考传感器在参考坐标系中的坐标位置, $s_2$ 表示第2个非参考传感器在参考坐标系中的坐标位置, $s_N$ 表示第 $N$ 个非参考传感器在参考坐标系中的坐标位置, $1 \leq i \leq N$ 。

[0063] 计算测量信号在每条普通路径上传输与测量信号在参考路径上传输的距离差,将测量信号在第 $i$ 条普通路径上传输与测量信号在参考路径上传输的距离差记为 $d_i$ , $d_i$ 为真实测量值,即 $d_i = c(t_i - t_0)$ ,其中, $c$ 为光速。

[0064] ②对测量信号在每条普通路径上传输与测量信号在参考路径上传输的距离差进行描述,将 $d_i$ 描述为: $d_i = ||x - s_i|| - ||x - s_0|| + n_i + e_i$ ,其中,符号“ $|| \cdot ||$ ”为欧几里德范数符号, $s_i$ 表示第 $i$ 个非参考传感器在参考坐标系中的坐标位置, $n_i$ 表示测量信号在第 $i$ 条普通路径上传输的噪声与测量信号在参考路径上传输的噪声的差值, $e_i$ 表示测量信号在第 $i$ 条普通路径上传输的非视距误差 $w_i$ 与测量信号在参考路径上传输的非视距误差 $w_0$ 的差值,即 $e_i = w_i - w_0$ 。

[0065] ③将 $d_i = ||x - s_i|| - ||x - s_0|| + n_i + e_i$ 转换为 $d_i - ||x - s_i|| - e_i = -||x - s_0|| + n_i$ ;然后对 $d_i - ||x - s_i|| - e_i = -||x - s_0|| + n_i$ 等式两边平方,得到

[0066]  $(d_i - e_i)^2 - 2(d_i - e_i)||x - s_i|| + ||x - s_i||^2 = (n_i)^2 - 2n_i||x - s_0|| + ||x - s_0||^2$ ;由于 $(n_i)^2$ 非常小,因此接着忽略 $(n_i)^2$ 得到

[0067]  $(d_i - e_i)^2 - 2(d_i - e_i) \left( \|x - s_i\| + \|x - s_i\|^2 \right) \approx -2n_i \left( \|x - s_0\| + \|x - s_0\|^2 \right)$ ; 之后将

[0068]  $(d_i - e_i)^2 - 2(d_i - e_i) \left( \|x - s_i\| + \|x - s_i\|^2 \right) \approx -2n_i \left( \|x - s_0\| + \|x - s_0\|^2 \right)$  转换为

[0069]  $2(s_0^T - s_i^T)x - 2(d_i - e_i) \|x - s_i\| + (d_i - e_i)^2 + \|s_i\|^2 - \|s_0\|^2 \approx -2n_i \|x - s_0\|$ , 其中,  $s_0^T$

为  $s_0$  的转置,  $s_i^T$  为  $s_i$  的转置; 再令  $a_i = [2(s_0 - s_i)^T, 0_{1 \times (i-1)}, -2d_i, 0_{1 \times (N-i)}]^T$ 、

[0070]  $\Delta a_i = [0_{1 \times d}, 0_{1 \times (i-1)}, 2e_i, 0_{1 \times (N-i)}]^T$ 、 $b_i = \left( \|s_0\|^2 - \|s_i\|^2 - (d_i)^2 \right)$ 、 $\Delta b_i = -\left( e_i \right)^2 + 2d_i e_i$ , 将

[0071]  $2(s_0^T - s_i^T)x - 2(d_i - e_i) \|x - s_i\| + (d_i - e_i)^2 + \|s_i\|^2 - \|s_0\|^2 \approx -2n_i \|x - s_0\|$  转换成

[0072]  $(a_i + \Delta a_i)^T y - (b_i + \Delta b_i) \approx -2n_i \|x - s_0\|$ , 其中,  $[2(s_0 - s_i)^T, 0_{1 \times (i-1)}, -2d_i, 0_{1 \times (N-i)}]^T$  为向量

[0073]  $[2(s_0 - s_i)^T, 0_{1 \times (i-1)}, -2d_i, 0_{1 \times (N-i)}]$  的转置,  $(s_0 - s_i)^T$  为  $(s_0 - s_i)$  的转置,

[0074]  $[0_{1 \times d}, 0_{1 \times (i-1)}, 2e_i, 0_{1 \times (N-i)}]^T$  为向量  $[0_{1 \times d}, 0_{1 \times (i-1)}, 2e_i, 0_{1 \times (N-i)}]$  的转置,  $d$  表示参考坐标系的维度,  $d=2$  或  $d=3$ ,  $(a_i + \Delta a_i)^T$  为  $(a_i + \Delta a_i)$  的转置,  $y$  为优化变量,  $y = [x^T, r^T]^T$ ,  $[x^T, r^T]^T$  为  $[x^T, r^T]$  的转置,  $x^T$  为  $x$  的转置,  $r^T$  为  $r$  的转置,  $r = [r_1, r_2, \dots, r_N]^T$ ,  $[r_1, r_2, \dots, r_N]^T$  为

[0075]  $[r_1, r_2, \dots, r_N]$  的转置,  $r_1 = \|x - s_1\|$ ,  $r_2 = \|x - s_2\|$ ,  $r_N = \|x - s_N\|$ ; 最后将

[0076]  $(a_i + \Delta a_i)^T y - (b_i + \Delta b_i) \approx -2n_i \|x - s_0\|$  中的  $-2n_i \|x - s_0\|$  近似等价于  $n_i$ , 得到

[0077]  $(a_i + \Delta a_i)^T y - (b_i + \Delta b_i) \approx n_i$ , 并利用现有的稳健最小二乘法将  $(a_i + \Delta a_i)^T y - (b_i + \Delta$

$b_i) \approx n_i$  转换为非线性稳健最小二乘关系式: 
$$\min_{y=[x^T, r^T]^T} \max_{\rho \leq e \leq \rho} \sum_{i=1}^N \left| a_i^T y - b_i + \Delta a_i^T y - \Delta b_i \right|^2$$
, 其中,  
s.t.  $\|x - s_i\| = r_i \quad i = 1, 2, \dots, N$

“min”表示“使最小化”, “max”表示“使最大化”,  $\rho = [\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_N]$ ,

[0078]  $\rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_N = \max_{1 \leq i \leq N} |e_i|$ ,  $e = [e_1, e_2, \dots, e_N]$ ,  $e_1$  表示测量信号在第1条普通路径

上传输的非视距误差与测量信号在参考路径上传输的非视距误差的差值,  $e_2$  表示测量信号在第2条普通路径上传输的非视距误差与测量信号在参考路径上传输的非视距误差的差值,  $e_N$  表示测量信号在第N条普通路径上传输的非视距误差与测量信号在参考路径上传输的非视距误差的差值,  $a_i^T$  为  $a_i$  的转置,  $\Delta a_i^T$  为  $\Delta a_i$  的转置, 符号 “[ ]” 为向量表示符号, 符号 “|” 为取绝对值符号, “s.t.” 表示“受约束为”。

[0079] 在此具体实施例中, 步骤③中的  $\rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_N = \max_{1 \leq i \leq N} |e_i|$  的确定过程为:

[0080] A1、在测试的非视距的无线网络环境中存在  $N+1$  个已知准确位置信息的传感器。

[0081] A2、从  $N+1$  个已知准确位置信息的传感器中任选一个传感器, 假设任选的传感器为第  $i'$  个传感器, 并将该传感器作为参考传感器; 然后根据已知准确位置信息计算第  $i'$  个传感器到除第  $i'$  个传感器以外的每个传感器的真实距离, 将第  $i'$  个传感器到第  $j'$  个传感器的真实距离记为  $d_{i', j'}$ ; 其中,  $1 \leq i' \leq N+1$ ,  $1 \leq j' \leq N+1$  且  $i' \neq j'$ 。

[0082] A3、在测试的非视距的无线网络环境中, 由第  $i'$  个传感器发送  $K$  个脉冲信号, 每个脉冲信号经过非视距的无线网络环境传播后由除第  $i'$  个传感器以外的每个传感器接收, 此时确定每个脉冲信号从第  $i'$  个传感器发送到除第  $i'$  个传感器以外的每个传感器接收所经历的时间, 将第  $k$  个脉冲信号从第  $i'$  个传感器发送到第  $j'$  个传感器接收所经历的时间记为

$t_{k,i',j'}$ ;并计算每个脉冲信号从第 $i'$ 个传感器发送到除第 $i'$ 个传感器以外的每个传感器接收的传输距离,将第 $k$ 个脉冲信号从第 $i'$ 个传感器发送到第 $j'$ 个传感器接收的传输距离记为 $d_{k,i',j'}$ , $d_{k,i',j'}=t_{k,i',j'} \times c$ ;其中, $K \geq 1000$ ,在本实施例中取 $K=1000$ , $1 \leq k \leq K$ 。

[0083] A4、根据每个脉冲信号从第 $i'$ 个传感器发送到除第 $i'$ 个传感器以外的每个传感器接收的传输距离、第 $i'$ 个传感器到除第 $i'$ 个传感器以外的每个传感器的真实距离,计算每个脉冲信号从第 $i'$ 个传感器发送到除第 $i'$ 个传感器以外的每个传感器接收的传输路径上的非视距误差,将第 $k$ 个脉冲信号从第 $i'$ 个传感器发送到第 $j'$ 个传感器接收的传输路径上的非视距误差记为 $u_{k,i',j'}$ , $u_{k,i',j'}=d_{k,i',j'}-d_{i',j'}$ 。

[0084] A5、确定第 $i'$ 个传感器发送到除第 $i'$ 个传感器以外的每个传感器接收的传输路径上的非视距误差的上限,将第 $i'$ 个传感器发送到第 $j'$ 个传感器接收的传输路径上的非视距误差的上限记为 $w_{i',j'}$ , $w_{i',j'}=\max\{u_{1,i',j'},u_{2,i',j'},\dots,u_{K,i',j'}\}$ ,其中, $u_{1,i',j'}$ 表示第1个脉冲信号从第 $i'$ 个传感器发送到第 $j'$ 个传感器接收的传输路径上的非视距误差, $u_{2,i',j'}$ 表示第2个脉冲信号从第 $i'$ 个传感器发送到第 $j'$ 个传感器接收的传输路径上的非视距误差, $u_{K,i',j'}$ 表示第 $K$ 个脉冲信号从第 $i'$ 个传感器发送到第 $j'$ 个传感器接收的传输路径上的非视距误差。

[0085] A6、根据第 $i'$ 个传感器发送到除第 $i'$ 个传感器以外的每个传感器接收的传输路径上的非视距误差的上限,确定两条路径非视距误差差值上限

$$[0086] \quad \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_N = \max_{1 \leq i \leq N} |e_i| = \max_{\substack{i'=1,\dots,N+1 \\ j'=1,\dots,N+1 \\ j' \neq i'}} \{w_{i',j'}\}。$$

$$[0087] \quad \textcircled{4} \text{ 将 } \min_{\mathbf{y}=[\mathbf{x}^T, \mathbf{r}^T]^T} \max_{-\rho_i \leq e_i \leq \rho_i} \sum_{i=1}^N \left| \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i + \Delta \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - \Delta b_i \right|^2 \text{ 转换为}$$

$$s.t. \quad \|\mathbf{x} - \mathbf{s}_i\| = r_i \quad i = 1, 2, \dots, N$$

$$[0088] \quad \min_{\mathbf{y}=[\mathbf{x}^T, \mathbf{r}^T]^T} \sum_{i=1}^N \left( \max_{-\rho_i \leq e_i \leq \rho_i} \left| \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i + \Delta \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - \Delta b_i \right| \right)^2, \text{ 其中, } \rho_i = \max_{1 \leq i \leq N} |e_i|; \text{ 然后利用现有的三}$$

$$s.t. \quad \|\mathbf{x} - \mathbf{s}_i\| = r_i \quad i = 1, 2, \dots, N$$

$$\text{角不等式对 } \min_{\mathbf{y}=[\mathbf{x}^T, \mathbf{r}^T]^T} \sum_{i=1}^N \left( \max_{-\rho_i \leq e_i \leq \rho_i} \left| \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i + \Delta \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - \Delta b_i \right| \right)^2 \text{ 进行简化处理, 得到}$$

$$s.t. \quad \|\mathbf{x} - \mathbf{s}_i\| = r_i \quad i = 1, 2, \dots, N$$

$$[0089] \quad \min_{\mathbf{y}=[\mathbf{x}^T, \mathbf{r}^T]^T} \sum_{i=1}^N \left( \left| \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i \right| + 2\rho_i |d_i - r_i| + \rho_i^2 \right)^2, \min_{\mathbf{y}=[\mathbf{x}^T, \mathbf{r}^T]^T} \sum_{i=1}^N \left( \left| \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i \right| + 2\rho_i |d_i - r_i| + \rho_i^2 \right)^2$$

$$s.t. \quad \|\mathbf{x} - \mathbf{s}_i\| = r_i \quad i = 1, 2, \dots, N \quad s.t. \quad \|\mathbf{x} - \mathbf{s}_i\| = r_i \quad i = 1, 2, \dots, N$$

为一个非凸问题的描述。

$$[0090] \quad \text{在此具体实施例中, 步骤}\textcircled{4}\text{中的 } \min_{\mathbf{y}=[\mathbf{x}^T, \mathbf{r}^T]^T} \sum_{i=1}^N \left( \left| \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i \right| + 2\rho_i |d_i - r_i| + \rho_i^2 \right)^2 \text{ 的获取过}$$

$$s.t. \quad \|\mathbf{x} - \mathbf{s}_i\| = r_i \quad i = 1, 2, \dots, N$$

程为:

[0091] ④\_1、令  $f(e_i) = \max_{-\rho_i \leq e_i \leq \rho_i} |\mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i + \Delta \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - \Delta b_i| = \max_{-\rho_i \leq e_i \leq \rho_i} |\mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i + e_i^2 - 2(d_i - r_i)e_i|$ ，将

$$\min_{\mathbf{y}=[\mathbf{x}^T, \mathbf{r}^T]^T} \sum_{i=1}^N \left( \max_{-\rho_i \leq e_i \leq \rho_i} |\mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i + \Delta \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - \Delta b_i| \right)^2$$

s.t.  $\|\mathbf{x} - \mathbf{s}_i\| = r_i \quad i = 1, 2, \dots, N$  表示为

$$\min_{\mathbf{y}=[\mathbf{x}^T, \mathbf{r}^T]^T} \sum_{i=1}^N (f(e_i))^2$$

s.t.  $\|\mathbf{x} - \mathbf{s}_i\| = r_i \quad i = 1, 2, \dots, N$ 。

[0093] ④\_2、利用现有的三角不等式  $|\mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i + e_i^2 - 2(d_i - r_i)e_i| \leq |\mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i| + |e_i^2 - 2(d_i - r_i)e_i|$ ，

并根据  $f(e_i) = \max_{-\rho_i \leq e_i \leq \rho_i} |\mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i + \Delta \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - \Delta b_i| = \max_{-\rho_i \leq e_i \leq \rho_i} |\mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i + e_i^2 - 2(d_i - r_i)e_i|$ ，因为

[0094]  $|\mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i|$  中不存在未知参数  $e_i$ ，得到

$$f(e_i) \leq \max_{-\rho_i \leq e_i \leq \rho_i} |\mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i| + \max_{-\rho_i \leq e_i \leq \rho_i} |e_i^2 - 2(d_i - r_i)e_i| = |\mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i| + \max_{-\rho_i \leq e_i \leq \rho_i} |e_i^2 - 2(d_i - r_i)e_i|,$$

并令  $h(e_i) = \max_{-\rho_i \leq e_i \leq \rho_i} |\mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i| + \max_{-\rho_i \leq e_i \leq \rho_i} |e_i^2 - 2(d_i - r_i)e_i| = |\mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i| + \max_{-\rho_i \leq e_i \leq \rho_i} |e_i^2 - 2(d_i - r_i)e_i|$ 。

[0096] ④\_3、令  $g(e_i) = \max_{-\rho_i \leq e_i \leq \rho_i} |e_i^2 - 2(d_i - r_i)e_i| = \max(|\rho_i^2 \pm 2\rho_i(d_i - r_i)|) = \rho_i^2 + 2\rho_i|d_i - r_i|$ 。

[0097] ④\_4、将  $h(e_i)$  和  $g(e_i)$  代入  $\min_{\mathbf{y}=[\mathbf{x}^T, \mathbf{r}^T]^T} \sum_{i=1}^N \left( \max_{-\rho_i \leq e_i \leq \rho_i} |\mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i + \Delta \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - \Delta b_i| \right)^2$  中，得到

s.t.  $\|\mathbf{x} - \mathbf{s}_i\| = r_i \quad i = 1, 2, \dots, N$

$$\min_{\mathbf{y}=[\mathbf{x}^T, \mathbf{r}^T]^T} \sum_{i=1}^N (|\mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i| + 2\rho_i|d_i - r_i| + \rho_i^2)^2$$

s.t.  $\|\mathbf{x} - \mathbf{s}_i\| = r_i \quad i = 1, 2, \dots, N$

[0099] ⑤利用现有的二阶锥松弛技术对  $\min_{\mathbf{y}=[\mathbf{x}^T, \mathbf{r}^T]^T} \sum_{i=1}^N (|\mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i| + 2\rho_i|d_i - r_i| + \rho_i^2)^2$  进行处

s.t.  $\|\mathbf{x} - \mathbf{s}_i\| = r_i \quad i = 1, 2, \dots, N$

$$\min_{\mathbf{y}=[\mathbf{x}^T, \mathbf{r}^T]^T, \boldsymbol{\eta}, \eta_0} \eta_0$$

s.t.  $|\mathbf{a}_i^T \mathbf{y} - b_i| + 2\rho_i|d_i - r_i| + \rho_i^2 \leq \eta_i$   
 $i = 1, 2, \dots, N$

理，得到二阶锥规划问题的描述：

$$\|\mathbf{x} - \mathbf{s}_i\| \leq r_i \quad i = 1, 2, \dots, N$$

其中， $\eta_0$  为松弛变

$$\left\| \left[ \eta_0 - \frac{1}{4}, \boldsymbol{\eta}^T \right]^T \right\| \leq \eta_0 + \frac{1}{4}$$

量， $\boldsymbol{\eta}$  为松弛变量向量， $\boldsymbol{\eta} = [\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_N]^T$ ， $[\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_N]^T$  为  $[\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_N]$  的转置， $\eta_1$  表示  $\boldsymbol{\eta}$  中的第1个松弛变量， $\eta_2$  表示  $\boldsymbol{\eta}$  中的第2个松弛变量， $\eta_N$  表示  $\boldsymbol{\eta}$  中的第N个松弛变量， $\eta_i$  表示  $\boldsymbol{\eta}$  中

的第*i*个松弛变量,  $\left[\eta_0 - \frac{1}{4}, \boldsymbol{\eta}^T\right]^T$  为  $\left[\eta_0 - \frac{1}{4}, \boldsymbol{\eta}^T\right]$  的转置,  $\boldsymbol{\eta}^T$  为  $\boldsymbol{\eta}$  的转置。

$$\begin{aligned} & \min_{\substack{\boldsymbol{y}=[\boldsymbol{x}^T, \boldsymbol{r}^T]^T \\ \boldsymbol{\eta}, \eta_0}} \eta_0 \\ & \text{s.t.} \quad \left| \boldsymbol{a}_i^T \boldsymbol{y} - b_i \right| + 2\rho_i |d_i - r_i| + \rho_i^2 \leq \eta_i \\ & \quad \quad \quad i = 1, 2, \dots, N \\ [0100] \quad & \text{在此具体实施例中, 步骤⑤中的} \quad \|\boldsymbol{x} - \boldsymbol{s}_i\| \leq r_i \quad \text{的获取过} \\ & \quad \quad \quad i = 1, 2, \dots, N \\ & \quad \quad \quad \left\| \left[ \eta_0 - \frac{1}{4}, \boldsymbol{\eta}^T \right]^T \right\| \leq \eta_0 + \frac{1}{4} \end{aligned}$$

程为:

$$\begin{aligned} [0101] \quad & \text{⑤}_1\text{、取松弛变量向量}\boldsymbol{\eta}\text{, 将} \min_{\boldsymbol{y}=[\boldsymbol{x}^T, \boldsymbol{r}^T]^T} \sum_{i=1}^N \left( \left| \boldsymbol{a}_i^T \boldsymbol{y} - b_i \right| + 2\rho_i |d_i - r_i| + \rho_i^2 \right)^2 \text{转换成等价的} \\ & \text{s.t.} \quad \|\boldsymbol{x} - \boldsymbol{s}_i\| = r_i \quad i = 1, 2, \dots, N \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \min_{\substack{\boldsymbol{y}=[\boldsymbol{x}^T, \boldsymbol{r}^T]^T \\ \boldsymbol{\eta}, \eta_0}} \|\boldsymbol{\eta}\|^2 \\ \text{上镜图形式:} \quad & \text{s.t.} \quad \left| \boldsymbol{a}_i^T \boldsymbol{y} - b_i \right| + 2\rho_i |d_i - r_i| + \rho_i^2 \leq \eta_i \\ & \quad \quad \quad i = 1, 2, \dots, N \text{。} \\ & \quad \quad \quad \|\boldsymbol{x} - \boldsymbol{s}_i\| = r_i \\ & \quad \quad \quad i = 1, 2, \dots, N \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [0102] \quad & \text{⑤}_2\text{、取松弛变量}\eta_0\text{, 将} \min_{\substack{\boldsymbol{y}=[\boldsymbol{x}^T, \boldsymbol{r}^T]^T \\ \boldsymbol{\eta}, \eta_0}} \|\boldsymbol{\eta}\|^2 \\ & \text{s.t.} \quad \left| \boldsymbol{a}_i^T \boldsymbol{y} - b_i \right| + 2\rho_i |d_i - r_i| + \rho_i^2 \leq \eta_i \text{转换成等价的上镜图} \\ & \quad \quad \quad i = 1, 2, \dots, N \\ & \quad \quad \quad \|\boldsymbol{x} - \boldsymbol{s}_i\| = r_i \\ & \quad \quad \quad i = 1, 2, \dots, N \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \min_{\substack{\boldsymbol{y}=[\boldsymbol{x}^T, \boldsymbol{r}^T]^T \\ \boldsymbol{\eta}, \eta_0}} \eta_0 \\ \text{形式:} \quad & \text{s.t.} \quad \left| \boldsymbol{a}_i^T \boldsymbol{y} - b_i \right| + 2\rho_i |d_i - r_i| + \rho_i^2 \leq \eta_i \\ & \quad \quad \quad i = 1, 2, \dots, N \text{。} \\ & \quad \quad \quad \|\boldsymbol{x} - \boldsymbol{s}_i\| = r_i \\ & \quad \quad \quad i = 1, 2, \dots, N \\ & \quad \quad \quad \|\boldsymbol{\eta}\|^2 \leq \eta_0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [0103] \quad & \text{⑤}_3\text{、利用现有的二阶锥松弛技术将} \min_{\substack{\boldsymbol{y}=[\boldsymbol{x}^T, \boldsymbol{r}^T]^T \\ \boldsymbol{\eta}, \eta_0}} \eta_0 \\ & \text{s.t.} \quad \left| \boldsymbol{a}_i^T \boldsymbol{y} - b_i \right| + 2\rho_i |d_i - r_i| + \rho_i^2 \leq \eta_i \\ & \quad \quad \quad i = 1, 2, \dots, N \text{中的} \\ & \quad \quad \quad \|\boldsymbol{x} - \boldsymbol{s}_i\| = r_i \\ & \quad \quad \quad i = 1, 2, \dots, N \\ & \quad \quad \quad \|\boldsymbol{\eta}\|^2 \leq \eta_0 \end{aligned}$$

约束条件  $\|\boldsymbol{x} - \boldsymbol{s}_i\| = r_i$  松弛为  $\|\boldsymbol{x} - \boldsymbol{s}_i\| \leq r_i$ , 同时将约束条件  $\|\boldsymbol{\eta}\|^2 \leq \eta_0$  转换成等价二阶

$$\begin{aligned} & \min_{\substack{y=[x^T, r^T]^T \\ \eta, \eta_0}} \eta_0 \\ & \text{s.t.} \quad \begin{cases} |a_i^T y - b_i| + 2\rho_i |d_i - r_i| + \rho_i^2 \leq \eta_i \\ \|x - s_i\| \leq r_i \\ \left\| \left[ \eta_0 - \frac{1}{4}, \boldsymbol{\eta}^T \right]^T \right\| \leq \eta_0 + \frac{1}{4} \end{cases} \end{aligned}$$

锥形式  $\left\| \left[ \eta_0 - \frac{1}{4}, \boldsymbol{\eta}^T \right]^T \right\| \leq \eta_0 + \frac{1}{4}$ , 得到

$$\begin{aligned} & \min_{\substack{y=[x^T, r^T]^T \\ \eta, \eta_0}} \eta_0 \\ & \text{s.t.} \quad \begin{cases} |a_i^T y - b_i| + 2\rho_i |d_i - r_i| + \rho_i^2 \leq \eta_i \\ \|x - s_i\| \leq r_i \\ \left\| \left[ \eta_0 - \frac{1}{4}, \boldsymbol{\eta}^T \right]^T \right\| \leq \eta_0 + \frac{1}{4} \end{cases} \end{aligned}$$

[0104] ⑥利用现有的内点法对  $\|x - s_i\| \leq r_i$  进行求解, 得到y的

全局最优解, 记为 $y^*$ ; 然后将 $y^*$ 代入 $y = [x^T, r^T]^T$ 中, 得到x的最优解, 记为 $x^*$ ,  $x^*$ 为目标源位置的最终定位值。

[0105] 为验证本发明方法的可行性和有效性, 对本发明方法进行仿真试验。

[0106] 1) 测试本发明方法的性能随测量非视距误差增加的变化情况。假设使用5个传感器来对性能进行测量, 测量的方法为: 首先选取1个传感器作为参考传感器, 以参考传感器为原点建立一个平面直角坐标系, 另外4个传感器分别均匀分布在以原点为圆心, 半径为10米的圆上。未知目标源则随机分布在原点为圆心, 半径为15米的圆形区域内。另外, 假设所有传感器各自对应的信号传输距离测量值中的噪声的功率相同, 即为 $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2 = \sigma_4^2 = \sigma^2$ , 其中,  $\sigma = 0.3$ 。

[0107] 图3给出了本发明方法和现有的定位方法的估计坐标与真实坐标的均方根误差随非视距误差大小变化的变化图。图3中, “RC-SDR-Non-Robust”表示减小复杂度的非鲁棒最大似然的半正定松弛算法, “SDR-Non-Robust”表示非鲁棒最大似然的半正定松弛算法, “WLS-Non-Robust”表示非鲁棒加权最小二乘法, “SOCR-Robust”表示本发明方法即鲁棒最小二乘法的二阶锥松弛算法。从图3中可以看出, 以非视距误差为变量的前提下, 本发明方法的定位性能要优于现有的定位方法; 其次, 在非视距误差由小变大的过程中, 均方根误差RMSE的幅值较现有的定位方法变化很小, 这充分体现了本发明方法的稳健性。

[0108] 2) 测试本发明方法的性能随测量噪声增加的变化情况。假设使用5个传感器来对性能进行测量, 测量的方法为: 首先选取1个传感器作为参考传感器, 以参考传感器为原点建立一个平面直角坐标系, 另外4个传感器分别均匀分布在以原点为圆心, 半径为10米的圆上。未知目标源则随机分布在原点为圆心, 半径为15米的圆形区域内。另外, 假设第i条路径非视距误差的上限为 $w_i, w_i = 0.3, i = 0, 1, \dots, 4$ 。

[0109] 图4给出了本发明方法和现有的定位方法的估计坐标与真实坐标的均方根误差随测量噪声增加的变化图。图4中, “RC-SDR-Non-Robust”表示减小复杂度的非鲁棒最大似然的半正定松弛算法, “SDR-Non-Robust”表示非鲁棒最大似然的半正定松弛算法, “WLS-Non-

Robust”表示非鲁棒加权最小二乘法，“SOCR-Robust”表示本发明方法即鲁棒最小二乘法的二阶锥松弛算法。从图4中可以看出，以噪声为变量的前提下，本发明方法的定位性能要优于现有的定位方法；其次，在测量噪声由小变大的过程中，均方根误差RMSE的幅值较其他现有的定位方法增加缓慢，说明测量噪声的变化对本发明方法的性能影响不大，这充分体现了本发明方法的稳健性。

[0110] 3) 测试本发明方法的性能随传感器数目增加的变化情况。测量的方法为：设传感器数目为 $N+1$  ( $N$ 为变量)。首先，在 $N+1$ 个传感器中选取一个作为参考传感器，以参考传感器为原点建立一个平面直角坐标系。另外 $N$ 个传感器分别均匀分布在以原点为圆心，半径为10米的圆上，未知目标源则随机分布在以原点为圆心，半径为15米的圆形区域内。假设所有传感器各自对应的信号传输距离测量值中的噪声的功率相同，即为 $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2 = \sigma_4^2 = \sigma^2$ ，其中， $\sigma$ 为常数，第 $i$ 条路径非视距误差的上限为 $w_i$ ， $w_i = 3$ ， $i = 0, 1, \dots, N$ 。

[0111] 图5给出了本发明方法和现有的定位方法的估计坐标与真实坐标的均方根误差随传感器数量的变化图。图5中，“RC-SDR-Non-Robust”表示减小复杂度的非鲁棒最大似然的半正定松弛算法，“SDR-Non-Robust”表示非鲁棒最大似然的半正定松弛算法，“WLS-Non-Robust”表示非鲁棒加权最小二乘法，“SOCR-Robust”表示本发明方法即鲁棒最小二乘法的二阶锥松弛算法。从图5中可以看出，以传感器数量 (Number of Sensors) 为变量的前提下，本发明方法的定位性能要优于现有的定位方法；其次，在传感器数量由少变多的过程中，均方根误差RMSE的幅值较其他现有的定位方法变化缓慢，说明传感器数量的变化对本发明方法的定位误差的影响小于现有的定位方法，定位性能稳定，这充分体现了本发明方法的稳健性。

[0112] 由上述仿真结果可以看出，本发明方法具有良好的性能。与现有的定位方法相比，本发明方法能够有效的减小均方根误差，提高定位的精度，噪声功率的增大和非视距误差的增大并不会显著的减弱定位的性能；在网络中传感器比较少的环境下仍能相对准确定位。这些都充分体现了本发明方法的稳健性。重要一点，本发明方法不用预先估计非视距误差的分布，减少了本发明方法的复杂度，进一步说明了本发明方法的可行性及有效性。

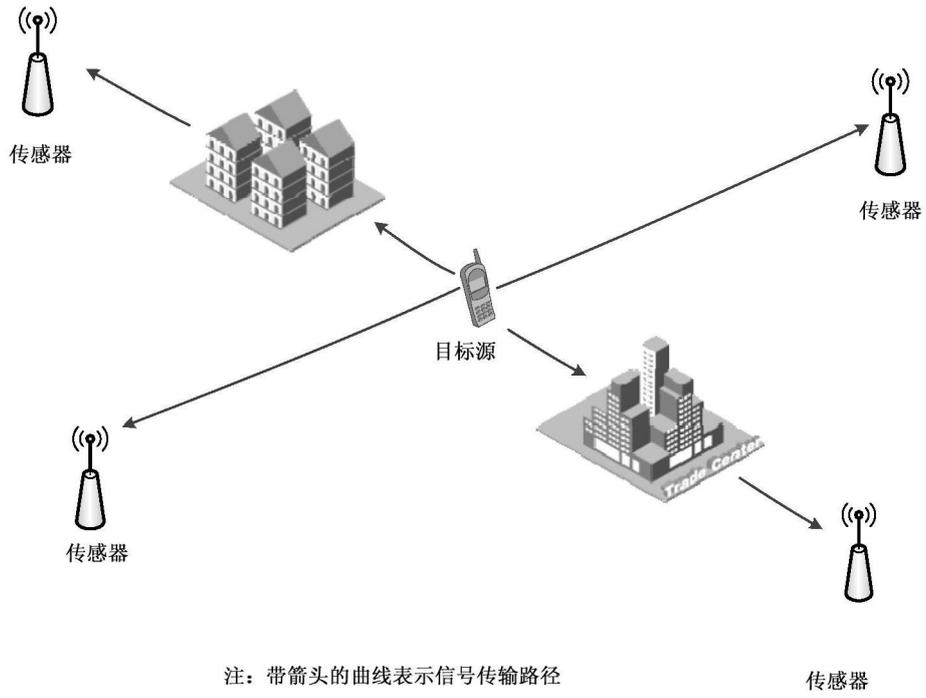


图1

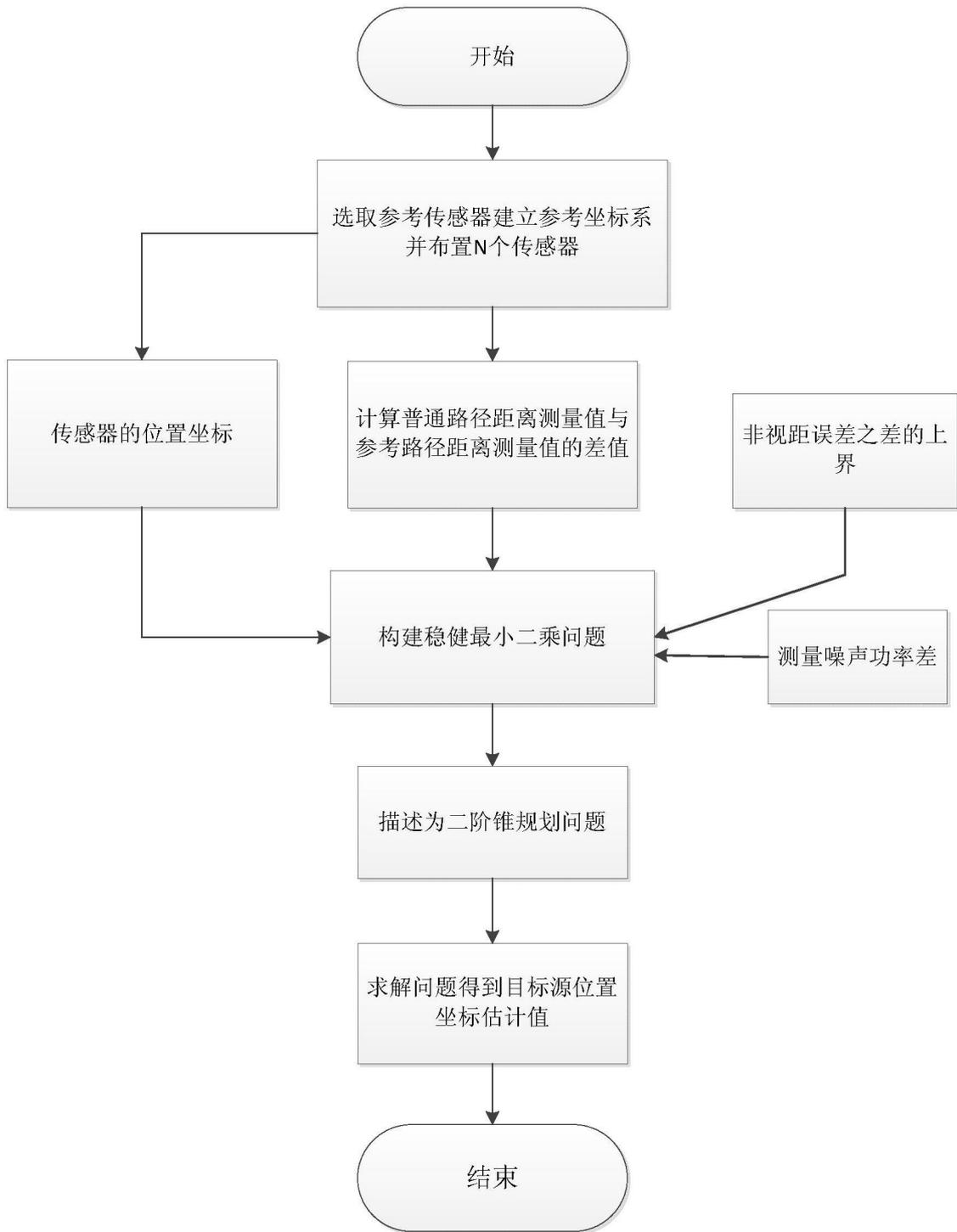


图2

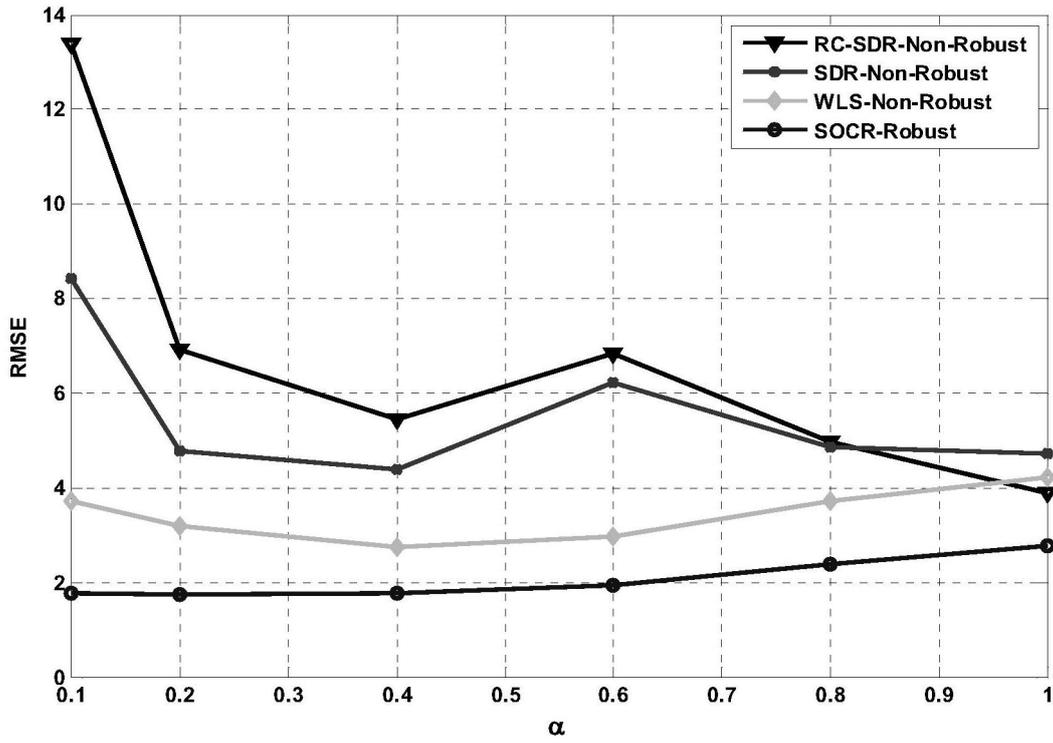


图3

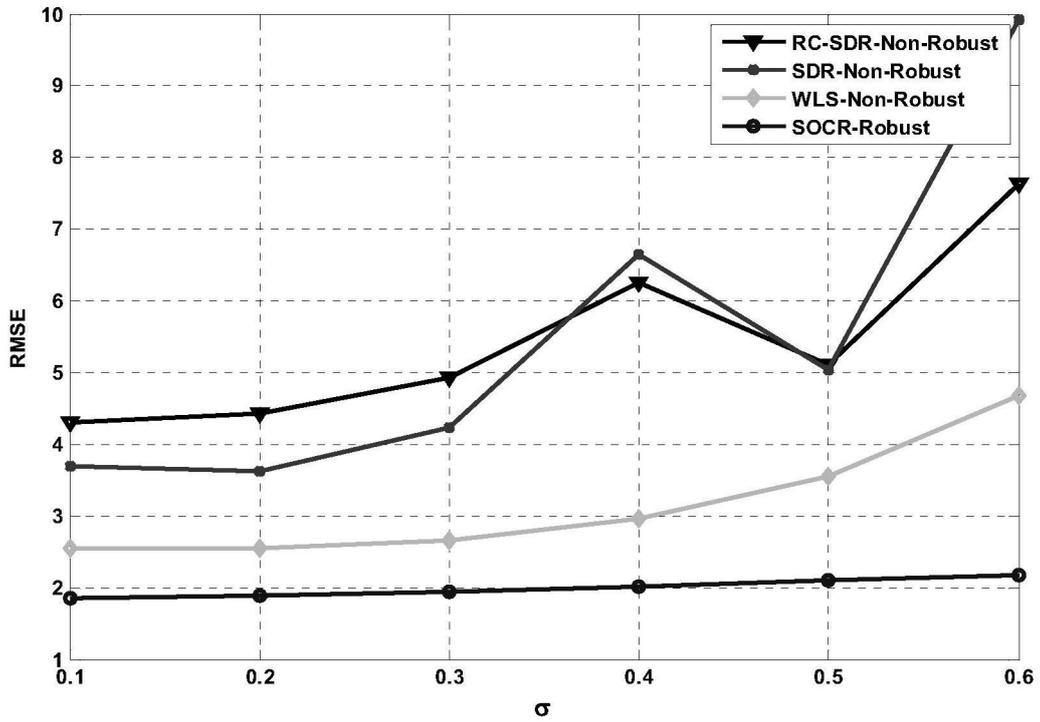


图4

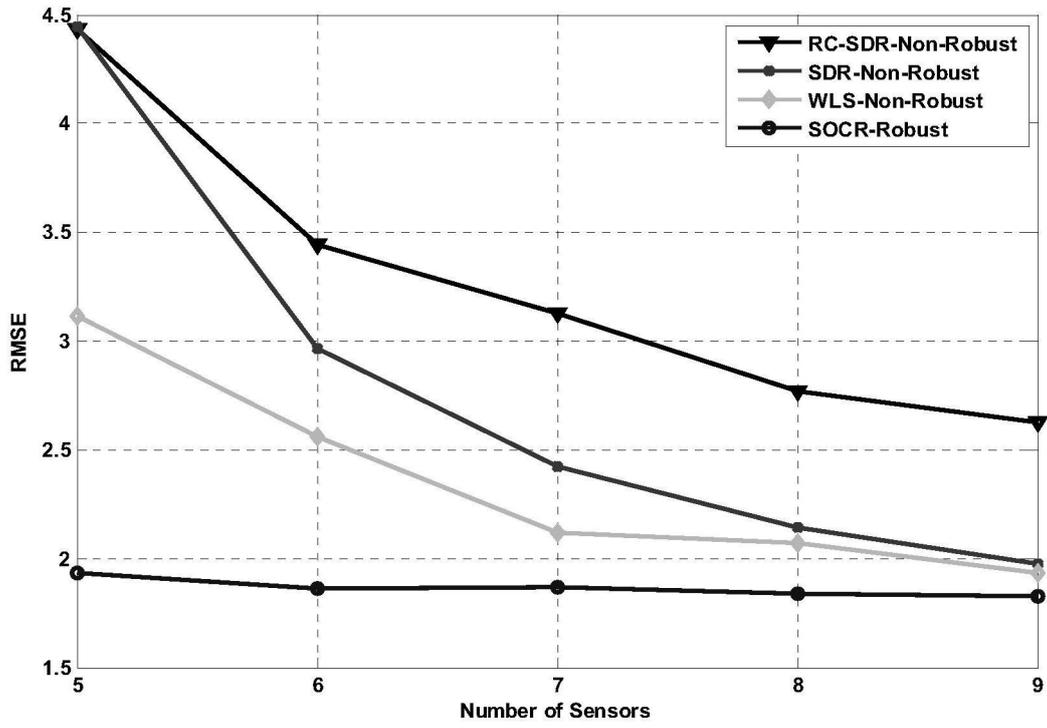


图5